



古巴比倫數學

古巴比倫，位于亞洲西部的兩河流域（幼發拉底河與底格拉斯河），版圖大體相當于今天的伊拉克。大約在公元前 3 000 年起，這裡就建立起奴隸制王國，逐漸出現了繁華的城市，創造了輝煌的古代文明。



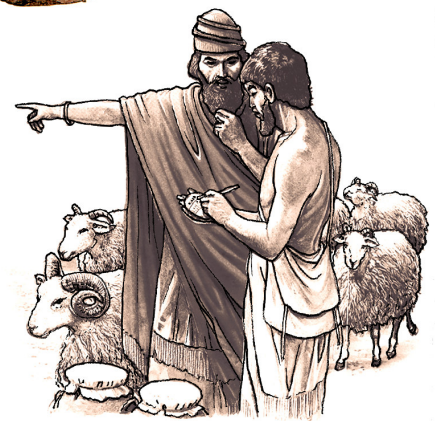
泥板上的楔形文字

兩河流域有取之不盡的優質黏土，聰明的巴比倫人獨創性地製成泥板，當做書寫材料。他們把蘆葦杆削尖做筆，在黏土泥板上刻畫下楔形的印痕。泥板曬乾或燒烤後，便能長期保存。



現在已出土的 50 萬塊泥板文書中，大約有 300 多塊與數學有關。這些泥板上印有清晰的楔形數字。

公元前 2 400 年左右，巴比倫人就已完善了數學計算體系，採用六十進位制，就像我們計算時間的分秒進位制一樣。例如六十進位制的數 $[2, 34]$ 寫成十進位數制便是 154，運算方法是 $[2] \times 60 + [34] = 154$ 。



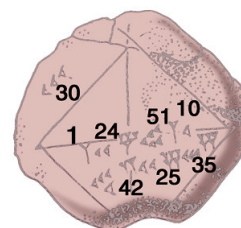
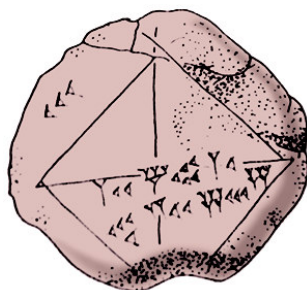
（* 本節的數字，若用 $[]$ 括着，皆表示六十進位制的數。）

泥板中的數學文獻還記載着面積與體積的計算、聯立方程組、縱數術和、勾股數、開平方等數學成就。

1	𐎶	11	𐎶𐎵	21	𐎶𐎵𐎶	31	𐎶𐎵𐎶𐎵	41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶	51	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵
2	𐎶𐎶	12	𐎶𐎵𐎶𐎶	22	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	32	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	42	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	52	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
3	𐎶𐎶𐎶	13	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	23	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	33	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	43	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	53	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
4	𐎶𐎶𐎶𐎶	14	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	24	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	34	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	44	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	54	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	15	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	25	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	35	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	45	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	55	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	16	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	26	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	36	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	46	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	56	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	17	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	27	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	37	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	47	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	57	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	18	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	28	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	38	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	48	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	58	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	19	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	29	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	39	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	49	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	59	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
10	𐎵	20	𐎵𐎵	30	𐎵𐎵𐎵	40	𐎵𐎵𐎵𐎵	50	𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵	60	𐎶

正方形計算

美國耶魯大學收藏了一塊泥板，上面畫有一個正方形。仔細辨識，其中有三組六十進位制的楔形數字。



正方形對角上為 [1]，[24]，[51]，[10]，化成十進位制為

$$[1] + \frac{[24]}{60} + \frac{[51]}{60^2} + \frac{[10]}{60^3} \approx 1.414213 \approx \sqrt{2}$$

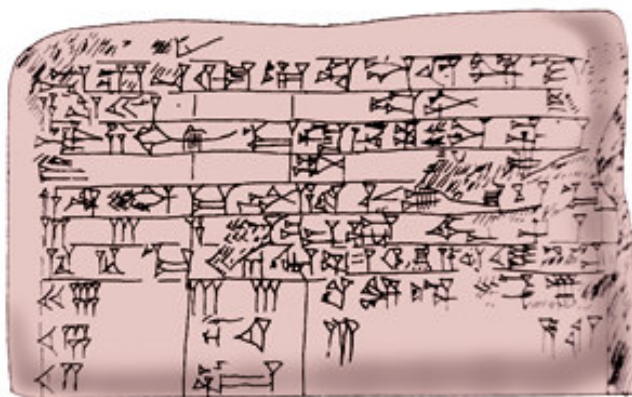
而以左上角的邊長 [30] 乘以 $\sqrt{2}$ 就等于對角線長度，即下方的 [42]，[25]，[35]。



聯立方程組

這塊巴比倫泥板上寫了一道數學趣題，我們先把前七行的內容翻譯出來：
『長度、寬度。把長度和寬度乘起來就是面積，再把長度超過寬度的部分
加到這個面積上，就得到 [3]，[3]。再把長度和寬度單獨相加得 [27]。』

請問：長度、寬度和面積
各為多少？



在列方程之前，我們先把
六十進位制的 [3]，[3] 化成
十進位制數 $[3] \times 60 + [3] = 183$ 。

設長度為 x ，寬度為 y ，面積則為 xy 。

$$\begin{cases} xy + (x - y) = 183 \\ x + y = 27 \end{cases}$$

$$(x - 14)(x - 15) = 0$$

當 $x = 14$ 時， $y = 13$ ， $xy = 182$ 。(化為 60 進制為 [3]，[2])

當 $x = 15$ 時， $y = 12$ ， $xy = 180$ 。(化為 60 進制為 [3]，[0])

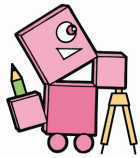
我們對對泥板上寫的答案。

泥板上最後三行為



泥板上只寫了一個答案，長 [15]，寬 [12]，至于『[面3]』，如用現在記法應
為 [3]，[0]，但是在當時古巴比倫還沒有相當于零的符號，所以只好認為它是在
[3] 後面空了一個字的位置。

以下是著名的「普林頓 322 號泥板」，上面記載着 15 組「勾股數」。



這是古巴比倫學校用的數學課本！



古巴比倫的天文學

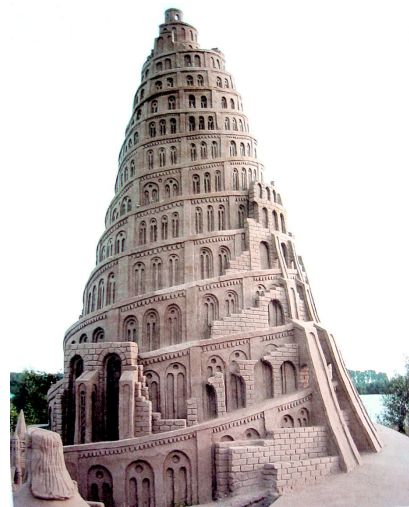
古巴比倫人很早就開始使用年、月、日的天文曆法，他們的年曆是從春分開始的，一年 12 個月，每月 30 天，一星期 7 天。

這 7 天是以太陽、月亮和金、木、水、火、土七星來命名的，每個星神主管一天，如太陽神主管星期日。我們現在的「星期制」就是在

古巴比倫時代所創立的。另外，圓周分為 360 度，每度 60 分，時間 1 小時等於 60 分，1 分等於 60 秒的記法，也是來自古巴比倫。



通天塔



《通天塔》勃魯蓋爾

傳說古巴比倫曾建過一座「通天塔」，塔高 288 英尺，約 88 米，共 8 層，是當時人們觀察天象，思索宇宙奧秘的場所。

但由于歷史久遠，巴比倫幾經浩劫，能留下的記載已是鳳毛麟角。後來，歐洲文藝復興時期的畫家據此描述，繪製了他們想像中的通天塔。

後來，人們根據傳說和名畫修建了一座模擬的通天塔。

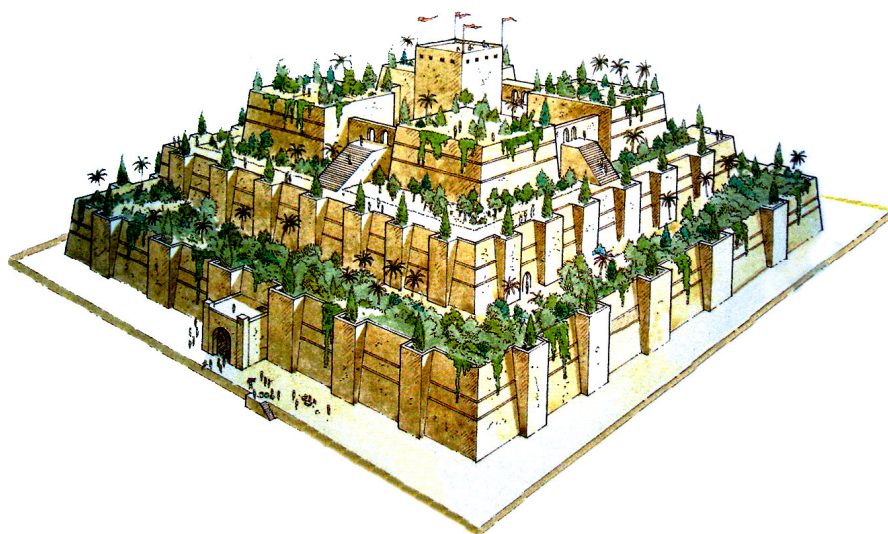
空中花園

巴比倫的空中花園，被稱為古代建築的七大奇觀之一。傳說是公元前 605 年巴比倫國王為了取悅寵愛的妃子而建造的。

這座宏偉而芬芳的建築建于巴比倫王宮廣場，是一個四角錐體層層加高的梯台式建築，底部是方形，每邊長 120 米，高出地面 25 米。每一層平台就是一個花園，花園裡種植大量的奇花異草，當年的巴比倫人安裝壓水機鏈泵等機械把水運到高處，以保證植物灌溉和王妃的享用。

今天，在七大奇觀中，除金字塔外，其他已在漫長的歷史歲月中湮滅殆盡，或僅存廢墟和遺迹。但人們根據遺址及對當年的建築學、幾何學的研究，繪製出空中花園的想像畫。

空中花園想像圖



從現存的王宮北大門伊什達城門（右圖）的壯觀、豪華，便可想像到昔日的空中花園的精彩無以倫比。

