



古希臘數學

古代希臘地處地中海之濱，包括希臘半島、愛琴海諸島及小亞細亞沿岸地區。古希臘人身處兩大文明古國毗鄰之地，極易汲取那裡的文明。

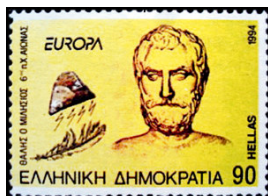
從公元前6世紀起，由于經濟和政治的進步，希臘出現了歐洲文化的第一個高峰，希臘數學便是其中的重要成就。



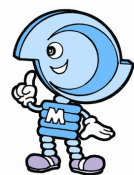
泰勒斯



享有「希臘科學之父」盛譽的泰勒斯（前636～前546）創立了希臘第一個數學學派愛奧尼亞學派。他在數學上最著名的成就是測量金字塔的高度，以及發現了五個命題。



泰勒斯利用木棍的影子長度，計算出金字塔的高度。
同學！這個方法你會嗎！

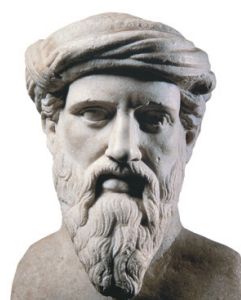


五個命題

1. 直徑將圓平分；
 2. 等腰三角形底角相等；
 3. 對頂角相等；
 4. 兩角夾一邊分別對應相等的三角形全等；
 5. 半圓上的圓周角是直角。
- 其中最後一個命題被人們稱為「泰勒斯定理」。

畢達哥拉斯

畢達哥拉斯（前 572～前 497）是古希臘哲學家、數學家。年輕時，他曾遊歷埃及和巴比倫，後來向泰勒斯學習幾何、哲學，他廣收門徒，建立了宗教、政治、學術合一的著名的畢達哥拉斯學派。



萬物皆數

畢達哥拉斯學派信奉「萬物皆數」，認為數是萬物的本原，由 1 生成 2，由 1 和 2 生成各種數目，由數目生成幾何圖形，由幾何圖形生成各種物體。這種「萬物皆數」的觀念，從另一個側面強調了數學對客觀世界的重要作用。

畢達哥拉斯學派常把數以點的形式排列成各種圖形，研究圖形數的規律。畢達哥拉斯學派除了定義奇數、偶數外，還定義了完全數、親和數等概念。

畢達哥拉斯定理

畢達哥拉斯學派還發現了勾股定理，西方人稱之為畢達哥拉斯定理。據傳，為慶祝這個定理的發現，曾宰百牛祭神，因此有人詼諧地稱此為「百牛定理」。

在音樂研究中，他們發現，如果一根弦的長度是另一根弦的兩倍，那麼兩者發出的聲音就相差 8 度。利用簡單的數量比，他們建立了音樂理論。

完全數

如果一個數的全部真約數（即本身不在內）的和等于這個數，那麼這個數就叫完全數。

例如，28 有五個約數 1、2、4、7、14，而 $1+2+4+7+14=28$ ，28 是完全數。最小的完全數是 6， $6=1+2+3$ ，三位數的完全數是 496，四位數的完全數是 8128。



這是畢達哥拉斯紀念碑，
碑體是直角三角形狀。



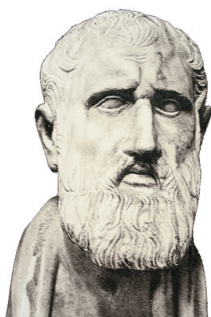
親和數

如果一個數的全部真約數之和等于另一個數，而另一個數的全部真約數之和也正好等于前一個數，這兩個數就稱為親和數。

例如 220 和 284，220 的約數之和為 $1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$ ，而 284 的約數之和為 $1+2+4+71+142=220$ 。

親和數你中有我，我中有你，親密和諧。

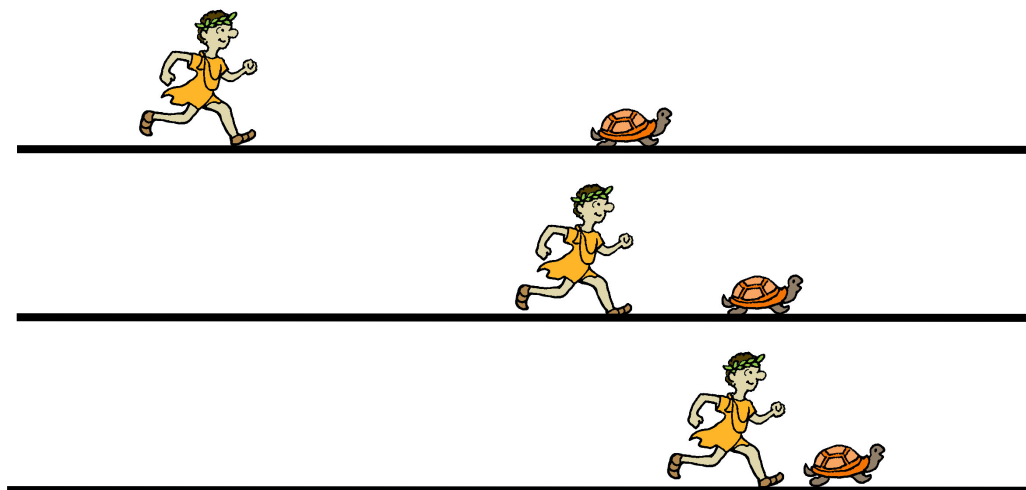
芝諾



針對當時對於無限、運動和連續等人們認識模糊不清的概念，哲學家芝諾（前 490～前 430）提出了 40 多個違背常理的悖論，把矛盾充分暴露，引起數學界的震動，其中著名的有阿基里斯追龜悖論。

阿基里斯追龜悖論

阿基里斯是古希臘神話中的「神行太保」。這個悖論是說，烏龜儘管爬得很慢，但阿基里斯卻永遠追不上烏龜。因為烏龜的起跑點領先一段距離，阿基里斯必須首先跑到烏龜的出發點，而在這段時間裡烏龜又向前爬過一段距離，如此直至無窮。



雅典學院

雅典學院又稱為柏拉圖學派，由古希臘哲學家、教育家柏拉圖（前 427～前 347）創辦。傳說學院大門口刻着『不懂幾何者不得入內』。柏拉圖重視數學教育，他認為數學是一切學問的基礎。



意大利畫家拉斐爾創作了名畫《雅典學院》，展示了古希臘學家、數學家們的風采。畫面中央為柏拉圖和亞里士多德，左前看書的老人為畢達哥拉斯，右前用圓規作圖者為歐幾里德。

三大作圖問題

正當芝諾悖論讓古希臘人傷透腦筋的時候，巧辯學派提出了三大作圖問題，又讓人們陷入困惑。這三大作圖問題是指，只允許用圓規和直尺的情況下：

1. 三等分角（三等分任一已知角）
2. 倍立方體（作一個立方體，使其體積等於給定立方體的 2 倍）
3. 化圓為方（作一個正方形，使其與給定的圓面積相等）

儘管古希臘人所作的解答都無法嚴格遵守尺規作圖的限制，但他們的探索卻引出了許多重要的發現。2 000 多年來，三大作圖問題花費了人們的大量心血，直到 19 世紀，數學家們才逐步利用現代數學知識，証明了這三大作圖問題實際上是不可能的。

三大作圖的非尺規作法

1. 阿基米德三等分角的方法：

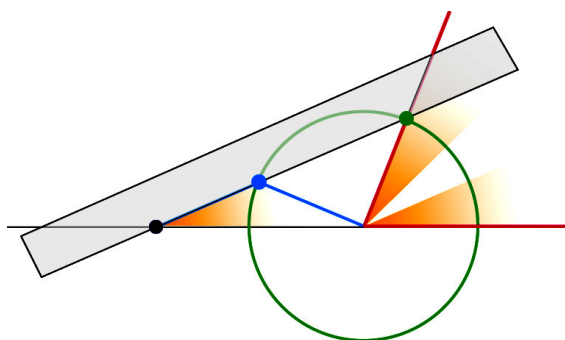
求作紅色任意角的三分之一角。

在直尺上取紫、藍兩點，

以藍線為半徑作綠圓。

移動直尺，使紫、藍、綠三點一線，

則橙色角即為紅色角的三分之一。



2. 柏拉圖倍立方體的方法：

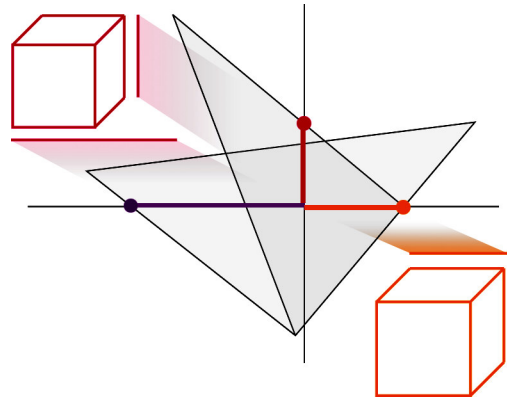
求作一立方體是紅色立方體的兩倍。

作兩條垂直線，取紅點，

使紅線等于立方體邊長。

取紫點，使紫線等于立方體邊長兩倍，
把三角板的兩直角邊重疊，

兩直角頂點在兩垂直線上，
另兩條直角邊分別通過紅、紫點，
則橙色線長即為倍立方體的邊長。



3. 達·芬奇化圓為方的方法：

求作面積等于紅色圓形的正方形。

作紅線等于已紅色圓形周長，
作藍線為紅色圓形半徑之半，
以紅、藍線為直徑作半圓，
作橙色線垂直于紅藍線，
則橙色正方形即與紅色圓形等積。

