



古印度數學

地處印度河和恆河流域的印度與巴比倫、埃及和中國一樣，也是人類文明的發祥地之一。印度文明最早可以上溯到公元前 3 000 年的哈拉巴青銅文化。



哈拉巴文化

古印度的文明是在 1921 年才被發現的。印度河谷一帶發現了哈拉巴等幾個古城遺址，揭示了這一悠久的文明，因此稱為哈拉巴文明。早在公元前 3 000 年左右，那裡的達羅毗荼人開始用青銅制造鋤鏟，從事耕作種植。當時的城市已具備相當規模，有整齊寬闊的街道，有磚砌的住房、糧倉、浴池等。

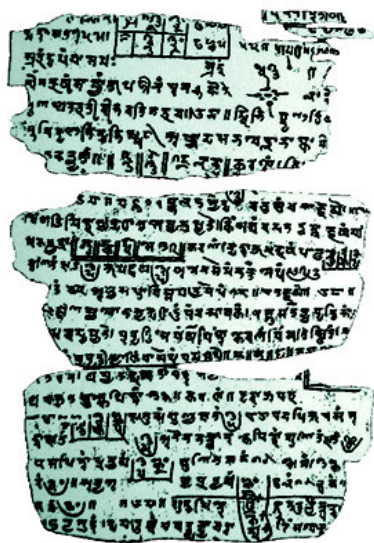


遺址中出土的舞俑青銅像

出土的 2 500 多枚印章上均刻有象形文字及圖形，由于至今無法解讀象形文字，因此，人們對這段時期印度的數學情況知之甚少。

阿拉伯數字誕生地

阿拉伯數字是古代印度人發明的，在公元前 4 世紀就開始被使用，公元 8 世紀，被阿拉伯人採用並改進，後經阿拉伯人傳入歐洲。用符號「0」表示零，是印度人的重要發明。在數學上，「0」的意義是多方面的。「0」是位值記數法的精髓，有了它，位值制才是完備的。



१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

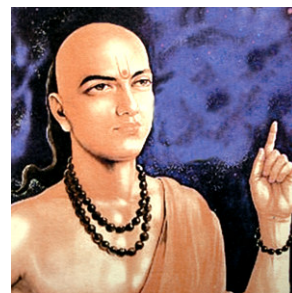
這是古印度發明的數字，和今天我們使用的阿拉伯數字是多麼相像啊！



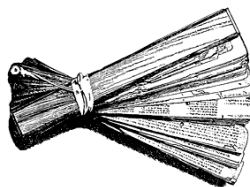
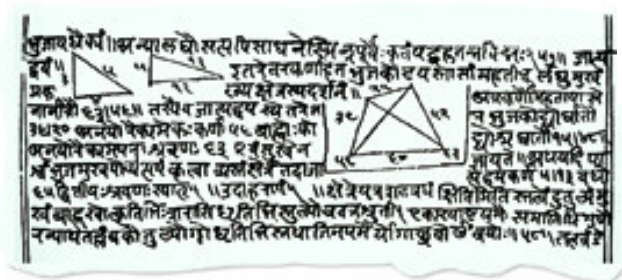
這是在1881年考古時發現的古代印度「巴克沙利手稿」。它是公元前2、3世紀古印度數學的唯一見證。這止書寫在樺樹皮上的手稿，具有豐富的數學內容。手稿中出現了完整的十進位制數學，其中用一點「·」來表示數字「0」。

阿耶波多

阿耶波多（476~550）是至今所知最早的古印度數學家、天文學家。他著有《阿耶波多曆數書》，其中正弦函數表和一次不定方程的解法是他最有代表性的成果。他還求得圓周率的值為3.1416，並開創了弧度制測量。



婆什迦羅



這是《莉拉沃蒂》的棕櫚葉抄本及其一小段內容。

婆什迦羅（1114～1185），中世紀印度數學家、天文學家。他長期負責烏賈因天文台工作，有兩本名著《莉拉沃蒂》和《算法本源》留傳于世。「莉拉沃蒂」是他女兒的名字，印度語為「美麗」之意。他為了安慰這個美麗而未能出嫁的女兒，便以她的名字為書名，使其流芳百世。該書後被譯成波斯文，影響很大。

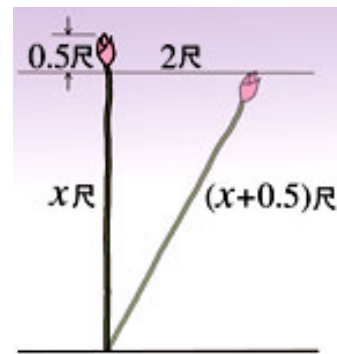
婆羅摩笈多

婆羅摩笈多（598～665）是古代印度數學家、天文學家。他的著作《婆羅摩修正體系》包括「算術講義」「不定方程講義」等章，其中有算術、勾股定理、面積、體積等內容，並討論了二次方程、線性方程組及不定方程的解法。

蓮花問題

婆什迦羅的名著《莉拉沃蒂》中有一趣題：

湖平浪靜出新蓮，五寸婷婷露笑顏；
孰意風狂玉枝倒，忍看花色沒波漣。
漁翁秋後尋根源，根距殘花二尺邊；
借問群英賢學子，水深多少在當年？



設水深為 x 尺，

蓮花梗長為 $(x+0.5)$ 尺。

$$x^2 + 2^2 = (x+0.5)^2$$

$$x = 3.75 \text{ (尺)}$$

葭生池中

在《莉拉沃蒂》問世 100 年前，中國《九章算術》中也有一趣題：

今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺，引葭赴岸，適與岸齊。

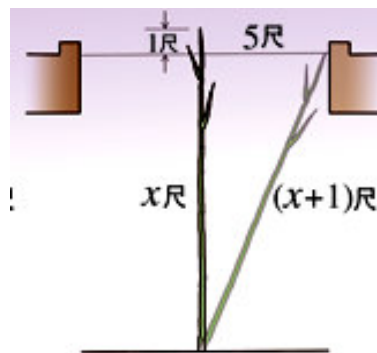
問水深、葭長各幾何？

答曰：水深一丈二尺、葭長一丈三尺。（「葭」指初生的芒葦）

設水深為 x 尺，

$$x^2 + 5^2 = (x+1)^2$$

$$x = 12 \text{ (尺)}$$



中印兩度趣題何等相似，

根據數學史專家分析，

這是中印古代文化交流的結果。

在印度歷史上，宗教對其文化產生很大的影響。公元前 565 年，釋迦牟尼誕生，後來由他創建的佛教，廣泛傳播于亞洲許多國家。右圖為公元前 3 世紀印度佛教建築桑奇大塔精美的牌坊。



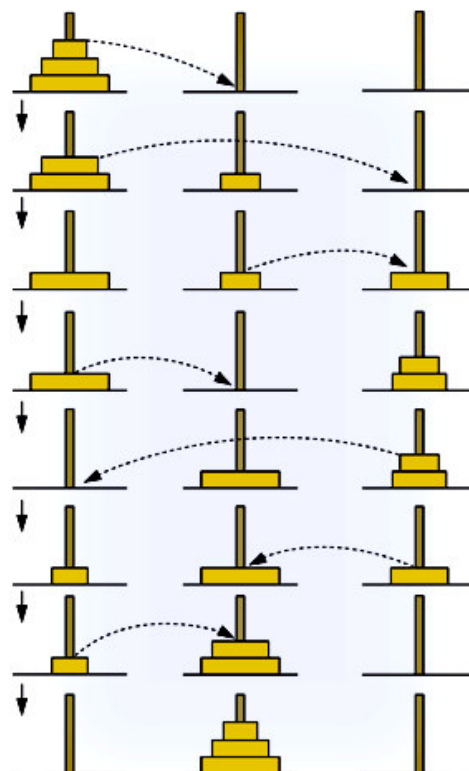
梵塔問題



相傳在古印度北部聖城貝拿勒斯的一座神廟裡，佛像前面有一塊巨大的黃銅板，上面豎有三根寶石柱，其中的一根自上而下放着從小到大的 64 片圓金盤。每天值班的僧侶把金盤移到另一根寶柱上，每次只能移動一只盤，而且小盤必須放在大盤上，金盤絕不允許放在銅板或地上，也不允許大盤壓在小盤上。據說，當僧侶們完成這個任務時，世界的末日就來臨了。

1883 年，法國數學家盧卡斯提出的漢諾塔謎題與此相同，因此該問題又稱漢諾塔問題。

看上去似乎是聳人聽聞，故弄玄虛。但是經計算發現，按照上面的規定把全部金片移到另一根寶石柱時，需要移動 $2^{64}-1$ 次。倘若每秒移動一次，即使日夜不停地移動金盤，仍大約要 5 845 億年。看來我們根本不必為世界末日而杞人憂天。

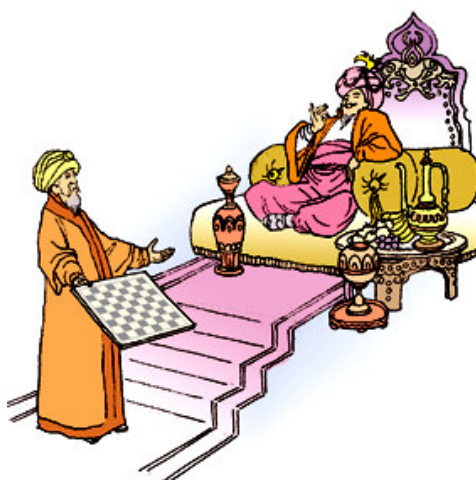


漢諾塔玩具

同學可以自己製造一個玩具，用木板、竹籤便可製作一個三片或五片的漢諾塔玩具。當塔上有三片時，需要移動 $2^3-1=7$ 次即可完成。當塔上有五片時，需要移動多少次呢？

麥粒棋盤問題

相傳在公元 500 年，古印度國王舍罕王的宰相達依爾發明了國際象棋，國王十分開心，決定重賞他，問他要什麼。達依爾說：「陛下，我只要在這棋盤上賞些麥粒就行，在第一格放 1 粒，在第 2 格放 2 粒，第 3 格放 4 粒，以後每格放的麥粒都比前一格多一倍，一直放滿 64 格。」國王說：「這太簡單了。」便下令照辦。結果卻令國王大吃一驚，原來全國糧倉中的所有小麥也遠遠滿足不了達依爾的要求。



通過計算，這些麥粒所要的總數為

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$$

1 升小麥約 15 萬粒，達依爾所要的小麥約合 140 億億升，大約是全世界 2 000 年小麥產量的總和。

麥粒棋盤問題與梵塔問題看上去全不相干，但在數學上竟是「同構」問題，數學結構是那樣相同，真是有趣。

克久拉霍是印度著名的古代宗教都市遺迹，尤以印度教廟宇著稱。右圖為克久拉霍印度教寺廟，建築宏偉，雕刻精細，幾何形體的組合構成協調並富有變化。

